

第 6 回数学的思考方レポート

1 数直線上の 3 点 A (-2) , B (1) , C (5) について、線分 AB を 3:2 に内分する点を P, 3:2 に外分する点を Q, 2:3 に外分する点を R, 線分 AB の中点を M とする。

(1) 線分 AB, CA の長さを求めよ。

(2) 点 P, Q, R, M の座標を、それぞれ求めよ。

(3) 点 A は、線分 RB を [ア] : [イ] に内分し、線分 CQ [ウ] : [エ] に外分する。

2 (1) 点 A $(1, -3)$, B $(-3, 4)$ から等距離にある x 軸上の点 P の座標を求めよ。

(2) 3 点 A $(4, 0)$, B $(0, 2)$, C (a, b) について、 $\triangle ABC$ が正三角形であるとき、 a, b の値を求めよ。

3 3 点 A $(5, 4)$, B $(0, -1)$, C $(8, -2)$ について、線分 AB を 2:3 に外分する点を P, 3:2 に外分する点を Q とし、 $\triangle ABC$ の重心 G とする。

(1) 線分 PQ の中点 M の座標を求めよ。

(2) 点 G の座標を求めよ。

(3) $\triangle PQS$ の重心 G が一致するように、点 S の座標を定めよ。

4 (1) A $(7, 3)$, B $(-1, 5)$, C $(5, 1)$, D を頂点とする平行四辺形 ABCD 頂点 D の座標を求めよ。

(2) 3 点 A $(1, 2)$, B $(5, 4)$, C $(3, 6)$ を頂点する平行四辺形の残り頂点 D の座標を求めよ。

5 (1) 点 A $(2, -1)$ に関して、点 P $(-1, 1)$ と対称な点 Q の座標を求めよ。

(2) 3 点 A (a, b) , B $(0, 0)$, C $(c, 0)$ と点 P (x, y) がある。A に関して P と対称な点を Q とし、B に関して Q と対称な点を R とする。C に関して R と対称な点が P と一致するとき、 x, y を a, b, c を用いてあらわせ。

6 (1) 次の直線の方程式を求めよ。

i. 点 $(-1, 3)$ を通り、傾きが -2

ii. 点 $(4, 1)$ を通り x 軸に垂直

iii. 点 $(5, 3)$ を通り、 x 軸に平行

(2) 次の 2 点を通る直線の方程式を求めよ。

i. $(1, -2)$, $(-3, 4)$

ii. $(-5, 7)$, $(6, 7)$

iii. $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{3}\right)$, $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$

iv. $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$, $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$

7 点 $(-3, 2)$ を通り、直線 $3x - 4y - 6 = 0$ に平行な直線 l と垂直な直線 l' の方程式をそれぞれ求めよ。

8 2 直線 $x + y - 4 = 0$, $2x - y + 1 = 0$ の交点 A と交点 B $(-1, 2)$ を通る直線の方程式を求めよ。

9 k は定数とする。直線 $(k+3)x - (2k-1)y - 8k - 3 = 0$ は、 k の値に関係なく定点 A を通る。その定点の座標を求めよ。

10 (1) 3 点 A $(-2, 3)$, B $(1, 2)$, C $(3a+4, -2a+2)$ が同じ直線上にあるとき、定数 a の値を求めよ。

(2) 3 直線 $4x + 3y - 24 = 0$, $x - 2y + 5 = 0$, $ax + y + 2 = 0$ が 1 点で交わるとき、定数 a の値を求めよ。

11 直線 $x + 2y - 3 = 0$ を l とする。次のものを求めよ。

(1) 直線 l に関して、点 P $(0, -2)$ と対称な点 Q の座標

(2) 直線 l に関して、直線 $m: 3x - y - 2 = 0$ と対称な直線 n の方程式

12 (1) 点 $(2, 8)$ と直線 $3x - 2y + 4 = 0$ の距離を求めよ。

(2) 2 直線 $5x + 4y = 20$, $5x + 4y = 60$ 間の距離を求めよ。

(3) k を定数とする。点 $(2, 1)$ から直線 $kx + y + 1 = 0$ へ下ろした垂線の長さが $\sqrt{3}$ であるとき、 k の値を求めよ。

13 3 点 A $(3, 5)$, B $(5, 2)$, C $(1, 1)$ について、次のものを求めよ。

(1) 直線 BC の方程式 (2) 線分 BC の長さ

(3) 点 A と直線 BC の距離

(4) $\triangle ABC$ の面積

14 異なる 3 直線 $x + y = 1$, $3x + 4y = 1$, $ax + by = 1$ が 1 点で交わるとき、3 点 $(1, 1)$, $(3, 4)$, (a, b) は同じ直線上にあることを示せ。

15 xy 平面上に 2 点 A $(3, 2)$, B $(8, 9)$ がある。点 P が直線 $l: y = x - 3$ 上を動くとき $AP + PB$ の最小値と、そのときの点 P の座標を求めよ。

16 2 点 A $(0, -2)$, B $(4, 0)$ と放物線 $y = x^2$ を動く点 P がある。 $\triangle PAB$ の面積の最小値を求めよ。

17 3 点 A $(7, 12)$, B $(1, 2)$, C $(9, 10)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について

(1) 点 A を通り、 $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線の方程式を求めよ。

(2) 辺 BC を 1:3 に内分する点 P を通り、 $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線の方程式を求めよ。

18 (1) 点 $(-3, 4)$ を中心とし、原点を通る円の方程式を求めよ。

- (2) 方程式 $x^2 + y^2 + 5x - 3y + 6 = 0$ はどんな図形を表すか。
- (3) 方程式 $x^2 + y^2 + 2px + 3py + 13 = 0$ が円を表すとき、定数 p の値の範囲を求めよ。
- (4) 2 点 $(-3, 6)$, $(3, -2)$ の直径を両端とする円の方程式を求めよ。
- (5) 3 点 $A(-2, 6)$, $B(1, -3)$, $C(5, -1)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の外接円の中心と半径を求めよ。
- (6) 点 $A(1, 1)$ を通り、 y 軸に接し、中心が直線

$y = 2x$ 上にある円の方程式を求めよ。

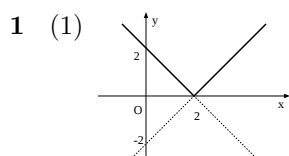
- 19 円 $x^2 + y^2 = 50$ と次の直線に共有点はあるか。あるときはその座標を求めよ。

- (1) $y = -3x + 20$ (3) $x - 2y + 20 = 0$
 (2) $y = x + 10$

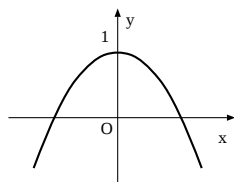
- 20 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$ 上の点 $P(4, 6)$ における接線の方程式を求めよ。

第 5 回数学的思考方解答

グラフの実線部分。

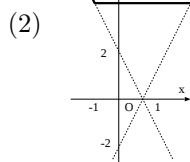


- 2 (1) 軸は y 軸、頂点は点 $(0, 1)$

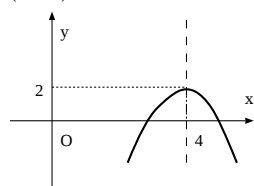


- (2) x 軸方向に -3 だけ平行移動したもの。軸は直線 $x = -3$, 頂点は点 $(-3, 0)$

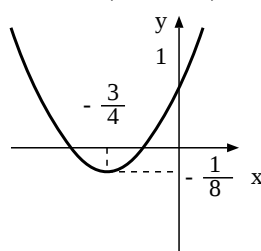
グラフの実線部分。



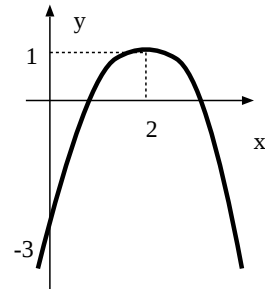
- (3) x 軸方向に 4 , y 軸方向に 2 だけ平行移動したもの。軸は直線 $x = 4$, 頂点は点 $(4, 2)$



- 3 (1) 軸は直線 $x = -\frac{3}{4}$, 頂点は点 $(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{8})$



- (2) 軸は直線 $x = 2$, 頂点は点 $(2, 1)$



- 4 (1) $y = -2x^2 - 8x - 9$

- (2) x 軸方向に $-\frac{5}{2}$, y 軸方向に $\frac{7}{2}$ だけ平行移動したもの。

- (3) $y = x^2 - 9x + 15$

- (4) $y = 2x^2 + 12x + 21$

- 5 (1) $y = -2x^2 + 5x - 4$

- (2) $y = 2x^2 + 5x + 4$

- (3) $y = -2x^2 - 5x - 4$

- 6 (1) $x = 0$ のとき最大値 1 , $x = a$ で最小値 $a^2 - 4a + 1$

- (2) $x = 0$ で最大値 1 , $x = 2$ で最小値 -3

- (3) $x = 0, 4$ で最大値 1 , $x = 2$ で最小値 -3

- (4) $x = a$ で最大値 $a^2 - 4a + 1$, $x = 2$ で最小値 -3

- 7 (1) $x = 4$ で最小値 -4 (2) $l = 7$

- 8 (1) $x = \frac{1}{3}$, $y = \frac{4}{3}$ のとき最小値 2

- (2) $(x, y) = (2, 4)$ のとき最大値 8 , $(x, y) = (0, 8), (4, 0)$ のとき最小値 0

- 9 (1) $y = 3(x+2)^2 + 1$

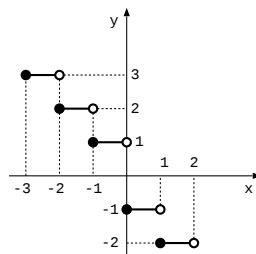
- (2) $y = -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3$

- (3) $y = 2x^2 - 12x + 2$

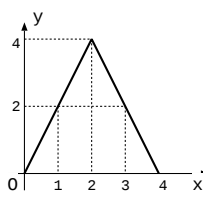
- (4) $y = -2x^2 + 2x + 12$

- (5) $y = 4(x+1)^2$, $y = (x-2)^2$

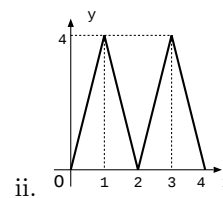
- (6) $y = 2x^2 - 4$, $y = 2(x-3)^2 + 2$



- 10 (1)



- (2) i.



- ii.

- 11 $a = 2$, $b = 3$ または $a = -2$, $b = 7$

- 12 (1) 共有点 2 個。 $(-1, 0)$, $(4, 0)$

(2) 共有点は 1 個。 $(2, 0)$

(3) 共有点を持たない。

$$13 \quad \begin{cases} 2 \text{ 個} & (k < 4) \\ 1 \text{ 個} & (k = 4) \\ 0 \text{ 個} & (k > 4) \end{cases}$$

14 a

$k = 1$ のとき $(-1, 0)$, $k = 4$ のとき $(2, 0)$

(2) $k = 6, -2$

15 (1) $(-2, 4), (1, 1)$

(2) $(-2, -3)$

(3) 共有点をもたない。

16 (1) $a \geq 5$

$$(2) \quad \begin{cases} 2 \text{ 個} & (k < 1) \\ 1 \text{ 個} & (k = 1) \\ 0 \text{ 個} & (k > 1) \end{cases}$$

17 (1) $x < -7, \frac{1}{3}$

(2) $x \leq \frac{4}{1-\sqrt{33}}, \frac{4}{1+\sqrt{33}} \geq x$

(3) $-2 \leq x \leq 1$

(4) $\frac{-1-\sqrt{6}}{5} < x < \frac{-1+\sqrt{6}}{5}$

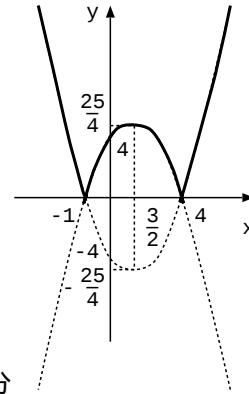
(5) -1 以外のすべての実数

(6) すべての実数

(7) $x = \frac{1}{2}$

(8) 解なし

18 (1) $k < -3, 1 < k$



(2) 図の実線部分

19 (1) $-9 < k < -1$

(2) $a \leq -3$

20 (1) $-\frac{1}{2} < x \leq 2$

(1) $x \leq -4, \frac{1}{2} \leq x < 2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2} < x$