

第 9 回統計の考え方レポート

1 二項定理を使って次の式を展開せよ。また、Pascal の三角形を書いて確かめよ。

(1) $(a + b)^2$

(2) $(a + b)^4$

(3) $(a + b)^8$

2 $(x^2 + \frac{1}{x})^9$ の展開式における定数項を求めよ。

3 $(2x^3 + \frac{1}{x^2})^n$ を展開した式に、 x を含まない項が現われる正の正数 n の最小値を求め、かつ、そのときの x を含まない項を求めよ。

4 $(1 + 2x)^{10}$ の展開式における最大係数の項を求めよ。

5 $(2 + 3x)^{10}$ の展開式における最大係数の項を求めよ。

6 n をある正の整数で、定数であるとする。

(1) $x > 0, y > 0, x + y = 1$ のとき、 $(n + 1)yx^n$ の最大値を n を用いて表せ。

(2) 二項定理を用いて、 $(1 + \frac{1}{n})^2 \geq 2$ を証明せよ。

(3) (1) の条件をもとに、 $(n + 1)yx^n \leq \frac{1}{2}$ を証明せよ。

7 1 つのさいころを振るとき、1, 2, 3, ..., 6 の出る確率を求めよ。

8 10 本のくじがあって、そのうち 2 本が当たりくじとする。2 本引いて当たったくじの本数を X とするとき、 X 本当たる確率 p_X を求めよ。

9 2 枚の硬貨を同時に投げるとき、表の出る枚数 X を確率変数として、それに対応する p_X を求めよ。

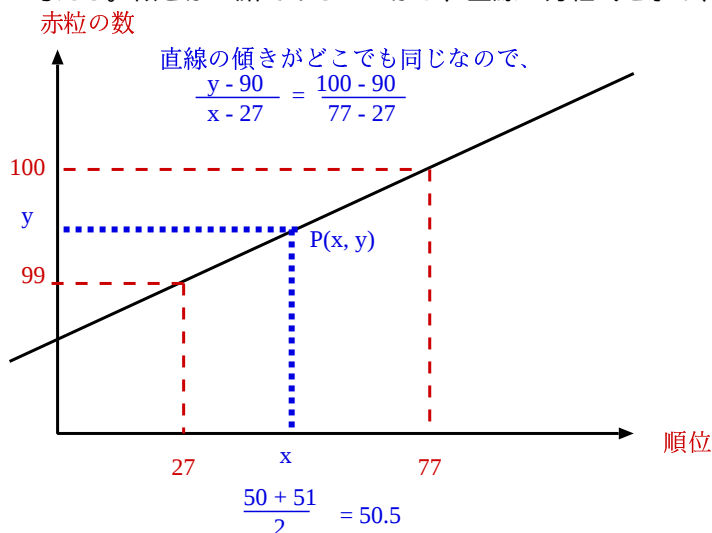
10 2 つのサイコロを振ったとき、出る目の和を X とし、それに対応する確率を $p(X)$ とするとき、 $p(X)$ の確率分布表を作れ。

第 8 回統計の考え方解答

1 小さい順にならべて、中央の値を取りだす。奇数なら真ん中、偶数ならとなりあう数字の平均値を取る。

$$M_e = \frac{1}{2}(169.8 + 170.5) = 170.15$$

2 真ん中の来そうな階級を調べる。1 カプセルが 91 - 100 粒のところに 50 位と 51 位は表れるだろう。全部で 100 カプセルある。50.5 位の粒を調べればよい。27 位が 90 粒あり、77 位が 100 粒であったと考える。傾きが一緒であることから、直線の方程式を求め、 $x = 50.5$ を代入して、 $y = 94.7$ を得る。



3 度数のもっとも多いのは 7 である。よってその階級値が Mo であり、 $Mo = 14$

4 間隔の平均 $\bar{m}$ を求めると、 $\bar{m} = 100.454545454545 \dots$ となるので、有効数字は年の最小単位が 1 年であるのでその $\frac{1}{10}$ 、すなわち小数第 1 位まで。よって、小数第 2 位を四捨五入して、100.5 年と求められる。

5 表を作って計算しよう。 $\bar{x} = \frac{1799}{40} = 44.975$ ここで、有効数字を考えると最小単位が 1 kg より、小数第 1 位までとなる。したがって、小数第 2 位を四捨五入して 45.0 と求められる。

6 ワークシートのように仮平均を書くと分かりやすい。 $m = 113.75$ と求められるが、得点の最小単位が 1 点なので、小数第 1 位まで求めることができればよい。従って、小数第 2 位を四捨五入して、113.8 と求められる。

7 練習だと思ってワークシートのように表を作成して計算してみよう。 $m = 3$, $\sigma^2 = 2$ と求められる。

8 分散の公式が与えられたので、使ってみよう。 $\bar{x} = 9$, $\sum_{k=1}^{50} x_k^2 = 4900$, $N = 50$ である。度数は 1 ずつなので、 $f_k = 1$ ($k = 1, 2, \dots, 50$) より、 $\sigma^2 = \frac{1}{50} \sum_{k=1}^{50} x_k^2 \cdot 1 - \bar{x}^2 = \frac{1}{50} \times 4900 - 9^2 = 17$

9 階級は階級の中央の値を取る。ワークシートを作ってみよう。各値は、座高の最小単位が 1cm だから、小数第 1 位までとなる。よって小数第 2 位を四捨五入して、 $m = \frac{3870}{44} = 87.954545454 = 88.0$ となる。 $\sigma^2 = \frac{1}{44} \times 340703 - 87.95^2 = 8.0475 = 8.0$ となる。標準偏差は $\sqrt{8.0475} = 2.83681159050085665007 = 2.8$ 講義で学んだような仮平均を使ってもよい。そのほうが計算が楽である。同じ計算が楽にできることを確かめよう。

10 平均値を m とすると、

$$m^2 = \left(\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i^2 \right)^2 = \frac{1}{25} \left(\sum_{i=1}^5 x_i^2 + 2 \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 x_i x_j \right) = 25$$

ここで、 $x_i > 0$ より $m > 0$ であるので、 $m = 5$ 。分散 σ^2 は

$$\sigma^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i^2 - m^2 = \frac{1}{5} \times 151 - 5^2 = 5.2$$

11 n 人中賛成の割合が p なので、賛成の人数は np 人である。反対者は $n - np = (1 - p)n$ 人。

(1) 度数分布表は

階級値 x	度数 f
0	$(1 - p)n$
1	np
計	n

(2) 平均値 m は上の表から計算して $m = \{0 \times n(1 - p) + 1 \times np\} = p$ 。分散 σ^2 は、

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum (x^2 - m^2) = \frac{1}{n} \{0^2 \times n(1 - p) + 1^2 \times np\} - p^2 = p(1 - p)$$

従って、 $\sigma = \sqrt{p(1 - p)}$