

第 6 回統計の考え方レポート

- 1 袋の中に白球 3 個、赤球 4 個が入っている。第 1 回に白球が出ることを E で表し、第 2 回に赤球が出ることを F で表す。
 - (1) 取り出した球を元に戻すとき $P_E(F)$ を求めよ。
 - (2) 取り出した球を元に戻さないとき $P_E(F)$ を求めよ。
- 2 袋の中に白球 3 個、赤球 4 個が入っている。1 球を取り出すとき赤球であることを E で表し、白球であることを $\bar{E}$ で表すことにする。球を元に戻さないとして、次の確率を求めよ。
 - (1) $P_E(E)$
 - (2) $P_{\bar{E}}(\bar{E})$
- 3 袋の中に白球 8 個、赤球 2 個入っている。2 個続いて取り出すとき、赤球が続いて出る確率を求めよ。ただし、球は元に戻さないものとする。
- 4 ある試験に A, B, C のおのおのが合格する確率はそれぞれ $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}$ である。3 人とも合格する確率を求めよ。
- 5 x 軸乗原点から出発し、貨幣を投げて表が出たら右へ 1 だけ進み、裏が出たら左へ 1 だけ進むことにする。これを 4 回くり返したとき $x = 0$ にいる確率を求めよ。
- 6 1 つのサイコロをくり返し 10 回投げるとき、1 の目がちょうど 5 回出て、残りはことごとく異なる目の確率を求めよ。
- 7 事象 A の起こる確率が $\frac{5}{12}$, 事象 B の起こる確率が $\frac{3}{8}$, 事象 A, B がともに起こる確率が $\frac{1}{12}$ とする。
 - (1) A は起こるが B は起こらない確率 $P(A \cap \bar{B})$ を求めよ。
 - (2) A, B の少なくとも一方が起こる確率 $P(A \cup B)$ を求めよ。
 - (3) A が起こった場合の B の起こる確率 $P_A(B)$ を求めよ。
 - (4) A, B は互いに独立な事象でないことを示せ。
- 8 1, 2, 3, 4 の番号をつけたカードが 1 枚ずつ合計 4 枚ある。これらのカードから無作為に 3 枚のカードを取り出して横に 1 列に並べる。このとき
 - (1) 左端のカードが 1 でないという条件のもとに、「中央のカードが 1 である」条件つき確率を求めよ。
 - (2) 左端のカードが 1 でなく、右端のカードは 4 でないという条件のもとに、中央のカードが 1 である条件つき確率を求めよ。
- 9 さいころの 1 の目が刻んである面から、 k の目の刻んである面までを赤く塗り、 $k + 1$ の目が刻んである面から、6 の目の刻んである面までを青く塗る。ただし $1 \leq k \leq 5$ とする。偶数の目が出る事象を A , 赤い面が出る事象を B とすると、
 - (1) 事象 B の起こる確率 $P(B)$ は k の値によって変化するが、 $k = 3$ のとき、 $P(B)$ を求めよ。また、事象 A がおきたときに事象 B の起こる条件つき確率 $P_B(A)$ を求めよ。
 - (2) また事象 A と事象 B が独立となるような k の条件を求めよ。

第 5 回統計の考え方解答

$$1 \quad (1) \quad \frac{2}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{3} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad 2 \quad \frac{{}_3C_2}{{}_5C_2} = \frac{3}{10}$$

(1) 全体の中から 2 人を選ぶのは ${}_{10}C_2$ 通り。2 人とも男というのは 5 人の中から 2 人を選ぶので、 ${}_5C_2$ 通り。 $\frac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2} = \frac{2}{9}$

(2) 全体の中から 3 人を選ぶのは ${}_{10}C_3$ 通り。2 人が女なので、5 人の中から 2 人を選ぶので、 ${}_5C_2$ 通り。さらに男は 1 人を選ぶ必要があるから、 ${}_5C_1$ 通り。この方法は全部で ${}_5C_2 \times {}_5C_1$ 通り。よって、 $\frac{{}_5C_2 \times {}_5C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{5}{12}$

(3) 全体の中から 4 人を選ぶのは ${}_{10}C_4$ 通り。2 人はすでに選ばれている場合なので、残り 8 人がどうやって穴埋めをするかという数は ${}_8C_2$ 通り。よって、 $\frac{{}_8C_2}{{}_{10}C_4} = \frac{2}{15}$

4 大小のサイコロを 2 個同時に振って

(1) 2 個のさいころの目の出方は $6 \times 6 = 36$ 通り。このうち、目の和が 5 になる場合は (1,4), (2,3), (3,2), (4,1) の 4 通り。よって、 $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

(2) 目の和が 4 より小とは和が 2 または 3 の場合である。和が 3 になる場合は (1,2), (2,1) で、2 になるのは (1,1) の場合である。よって、 $\frac{1+1+1}{36} = \frac{1}{12}$

5 事象 A, B は互いに独立で、 $P(A) = P(B) = x$ であり、 $P(\bar{A}) = P(\bar{B}) = 1 - x$ である。したがって、独立の条件 $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) \times P(\bar{B}) = (1 - x)^2$ と書ける。これより、x について解いて、 $0 < x < 1$, $1 - x > 0$ より、 $x = \frac{1}{3}$

6 $P(A) = x$, $P(B) = y$ とすると、同時に起こる確率は、 $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B) = xy = \frac{1}{14}$ であり、どちらかが起こる確率は $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = x + y - \frac{1}{14} = \frac{13}{28}$ よって $x + y = \frac{15}{28}$ 。変数 s についての 2 次方程式の解を x, y とすると、 $(s - x)(s - y) = s^2 - \frac{15}{28}s + \frac{1}{14} = 0$ を満たす解を探せばよいということになる。 $x < y$ より、 $x = \frac{1}{4}$, $y = \frac{2}{7}$ 。よって $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{2}{7}$

7 n 回とも裏が出る確率は $(\frac{1}{2})^n$ であるから、少なくとも 1 回は表が出る確率は $1 - (\frac{1}{2})^n$ $S = 1 - \frac{1}{2^n}$

8 白玉が 1 つも出ない確率は $\frac{{}_6C_5}{{}_{10}C_5} = \frac{1}{42}$ であるので、余事象を取って、 $1 - \frac{1}{42} = \frac{41}{42}$

9 n 個のサイコロをおのおの m 回続けて振るとき、

(1) 1 個のサイコロで m 回続けて 1 の目が出る確率は $(\frac{1}{6})^m$ である。1 個のサイコロで少なくとも 1 回は 1 の目が出ない確率は $1 - (\frac{1}{6})^m$ となる。 n 個のサイコロで、そのいずれについても少なくとも 1 回は 1 の目が出ない確率は $\{1 - (\frac{1}{6})^m\}^n$ となる。結局、少なくとも m 回続けて 1 の目が出る確率は、 $1 - \{1 - (\frac{1}{6})^m\}^n$

(2) 1 個のサイコロについて、 m 回とも 1 の目が出ない確率は $(\frac{5}{6})^m$ であるので、少なくとも 1 回 1 の目が出る確率は $1 - (\frac{5}{6})^m$ である。そのため、 n 個のサイコロに少なくとも 1 回 1 の目が出る確率は $\{1 - (\frac{5}{6})^m\}^n$ となる。