第 6 回統計の考え方レポート

1 袋の中に白球 3 個、赤球 4 個が入っている。第 1 回に白球が出ることを E で表し、第 2 回に赤球が出ることを F で表す。

(1) 取り出した球を元に戻すとき $\mathrm{P_E(F)}$ を求めよ。

(2) 取り出した球を元に戻さないとき $\mathrm{P_E(F)}$ を求めよ。

2 袋の中に白球 3 個、赤球 4 個が入っている。1 球を取り出すとき赤球であることを E で表し、白球であることを $\bar{\mathrm{E}}$ で表すことにする。球を元に戻さないとして、次の確率を求めよ。

(1) $\mathrm{P_E(E)}$

(2) $\mathrm{P_{\bar{E}}(\bar{E})}$

3 袋の中に白球 8 個、赤球 2 個入っている。2 個続いて取り出すとき、赤球が続いて出る確率を求めよ。ただし、球は元に戻さないものとする。

4 ある試験に A, B, C のおのおのが合格する確率はそれぞれ $\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}$ である。3 人とも合格する確率を求めよ。

5 x 軸乗原点から出発し、貨幣を投げて表が出たら右へ 1 だけ進み、裏が出たら左へ 1 だけ進むことにする。これを 4 回くり返したとき $x = 0$ にいる確率を求めよ。

6 1 つのサイコロをくり返し 10 回投げるとき、1 の目がちょうど 5 回出て、残りはことごとく異なる目のでる確率を求めよ。

7 事象 A の起こる確率が $\frac{5}{12}$, 事象 B の起こる確率が $\frac{3}{8}$, 事象 A, B がともに起こる確率が $\frac{1}{12}$ とする。

(1) A は起こるが B は起こらない確率 $\mathrm{P(A \cap \bar{B})}$ を求めよ。

(2) A, B の少なくとも一方が起こる確率 $\mathrm{P(A \cup B)}$ を求めよ。

(3) A が起こった場合の B の起こる確率 $\mathrm{P_A(B)}$ を求めよ。

(4) A, B は互いに独立な事象でないことを示せ。

8 1, 2, 3, 4 の番号をつけたカードが 1 枚ずつ合計 4 枚ある。これらのカードから無作為に 3 枚のカードを取り出して横に 1 列に並べる。このとき

(1) 左端のカードが 1 でないという条件のもとに、「中央のカードが 1 である」条件つき確率を求めよ。

(2) 左端のカードが 1 でなく、右端のカードは 4 でないという条件のもとに、中央のカードが 1 である条件つき確率を求めよ。

9 さいころの 1 の目が刻んである面から、k の目の刻んである面までを赤く塗り、k + 1 の目が刻んである面から、6 の目の刻んである面までを青く塗る。ただし $1 \leq \mathrm{k} \leq 5$ とする。偶数の目が出る事象を A, 赤い面が出る事象を B とすると、

(1) 事象 B の起こる確率 P(B) は k の値によって変化するが、$\mathrm{k} = 3$ のとき、P(B) を求めよ。また、事象 A がおきたときに事象 B の起こる条件つき確率 $\mathrm{P_B(A)}$ を求めよ。

(2) また事象 A と事象 B が独立となるような k の条件を求めよ。

第 5 回統計の考え方解答

1 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{2}$ **2** $\dfrac{{}_3C_2}{{}_5C_2} = \dfrac{3}{10}$

3

(1) 全体の中から 2 人を選ぶのは ${}_{10}C_2$ 通り。2 人とも男というのは 5 人の中から 2 人を選ぶので、 ${}_5C_2$ 通り。$\dfrac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2} = \dfrac{2}{9}$

(2) 全体の中から 3 人を選ぶのは ${}_{10}C_3$ 通り。2 人が女なので、5 人の中から 2 人を選ぶので、 ${}_5C_2$ 通り。さらに男は 1 人を選ぶ必要があるから、${}_5C_1$ 通り。この方法は全部で ${}_5C_2 \times {}_5C_1$ 通り。よって、$\dfrac{{}_5C_2 \times {}_5C_1}{{}_{10}C_3} = \dfrac{2}{15}$

(3) 全体の中から 4 人を選ぶのは ${}_{10}C_4$ 通り。2 人はすでに選ばれている場合なので、残り 8 人がどうやって穴埋めをするかという数は ${}_8C_2$ 通り。よって、$\dfrac{{}_8C_2}{{}_{10}C_4} = \dfrac{2}{15}$

4 大小のサイコロを 2 個同時に振って

(1) 2 個のさいころの目の出方は $6 \times 6 = 36$ 通り。このうち、目の和が 5 になる場合は (1,4), (2,3), (3,2), (4,1) の 4 通り。よって、$\dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$

(2) 目の和が 4 より小とは和が 2 または 3 の場合である。和が 3 になる場合は (1,2), (2,1) で、2 になるのは (1,2) の場合である。よって、$\dfrac{1+1+1}{36} = \dfrac{1}{12}$

5 事象 A, B は互いに独立で、$P(\mathrm{A}) = P(\mathrm{B}) = x$ であり、$P(\overline{\mathrm{A}}) = P(\overline{\mathrm{B}}) = 1 - x$ である。したがって、独立の条件 $P(\overline{\mathrm{A}} \cap \overline{\mathrm{B}}) = P(\overline{\mathrm{A}}) \times P(\overline{\mathrm{A}}) = (1-x)^2$ と書ける。これより、x について解いて、$0 < x < 1, \quad 1 - x > 0$ より、$x = \frac{1}{3}$

6 $P(\mathrm{A}) = x$, $P(\mathrm{B}) = y$ とすると、同時に起こる確率は、$P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) \cap P(\mathrm{B}) = xy = \frac{1}{14}$ であり、どちらかが起こる確率は $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(A) + P(B) - P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = x + y - \frac{1}{14} = \frac{13}{28}$ よって $x + y = \frac{15}{28}$。変数 s についての 2 次方程式の解を x, y とすると、$(s-x)(s-y) = s^2 - \frac{15}{28} + \frac{1}{14} = 0$ を満たす解を探せばよいということになる。$x < y$ より、$x = \frac{1}{4}, \quad y = \frac{2}{7}$。よって $P(\mathrm{A}) = \frac{1}{4}$, $P(\mathrm{B}) = \frac{2}{7}$

7 n 回とも裏が出る確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ であるから、少なくとも 1 回は表が出る確率は $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2^n}$

8 白玉が 1 つも出ない確率は $\frac{{}_6C_5}{{}_{10}C_5} = \frac{1}{42}$ であるので、余事象を取って、$1 - \frac{1}{42} = \frac{41}{42}$

9 n 個のサイコロをおのおの m 回続けて振るとき、

(1) 1 個のサイコロで m 回続けて 1 の目が出る確率は $\left(\frac{1}{6}\right)^m$ である。1 個のサイコロで少なくとも 1 回は 1 の目の出ない確率は $1 - \left(\frac{1}{6}\right)^m$ となる。n 個のサイコロで、そのいずれについても少なくとも 1 回は 1 の目の出ない確率は $\left\{- \left(\frac{1}{6}\right)^m\right\}^n$ となる。結局、少なくとも m 回続けて 1 の目の出る確率は、$1 - \left\{- \left(\frac{1}{6}\right)^m\right\}^n$

(2) 1 個のサイコロについて、m 回とも 1 の目の出ない確率は $\left(\frac{5}{6}\right)^m$ であるので、少なくとも 1 回 1 の目の出る確率は $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^m$ である。そのため、n 個のサイコロに少なくとも 1 回 1 の目の出る確率は $\left\{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^m\right\}^n$ となる。