

第 7 回統計の考え方問題

課題として出題されたもののうち、間違えた問題をときなおす。

第 6 回統計の考え方解答

1 $\frac{7}{36}$

2 $\frac{7}{18}$

3 $\frac{3}{10}$

4 $\frac{1}{3}$

5 $\frac{4}{9}$

6 $a = 4$

7 $\frac{1}{54}$

8 $\frac{1}{5}$

9 $\frac{3}{5}$

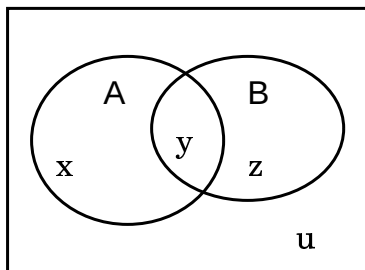
10 $\frac{7}{36}$

11 $\frac{5}{12}$

12 $\frac{4}{9}$

13 4 回のうち 2 回面が出て、2 回裏が出ればよい。これは ${}_4C_2$ 通り。よって ${}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2$

14 2, 3, 4, 5, 6 (見分けがつく) の 5 枚を 10 個の箱に入れる方法は ${}_{10}P_5$ 通り、残りは必ず 1 が入る。よって確率は、 $\left(\frac{1}{6}\right)^{10} \times {}_{10}P_5 = \frac{140}{6^7}$



15 図で書くと A の起こる確率 $P(A) = \frac{5}{12} = x + y$ 、B の起こる確率 $P(B) = \frac{3}{8} = y + z$ 、ともに起こる確率 $P(A \cap B) = \frac{1}{12} = y$ であるので、 $x = \frac{1}{3}$ 、 $z = \frac{7}{24}$ となる。

(1) A は起こるが B は起こらない確率 $P(A \cap \bar{B}) = x$ そのものなので、 $\frac{1}{3}$

(2) A, B の少なくとも一方が起こる確率 $P(A \cup B) = x + y + z = \frac{17}{24}$

(3) A が起こった場合の B の起こる確率 $P_A(B)$ は、 $P_A(B) = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{1}{5}$

(4) A, B が独立であるとして、計算すると、矛盾してしまうことを示せばよい。独立である場合

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad (1)$$

でなくてはならないが $P(A \cap B) = y = \frac{1}{12}$ と、 $P(A) \cdot P(B) = (x+y) \cdot (y+z) = \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{8} = \frac{5}{32}$ となり、(1) と矛盾する。よって独立ではない¹。

16 全部の並べ方は $4! = 24$ 通り。箱を右から A, B, C と名前をつけておこう。

- (1) 左端のカードが 1 でないということは、左端 A に並べてよい並べ方は、 $3!$ 通り、その隣 B に並べるのは 1 を含めるので $3!$ 通り、その隣 C に並ぶのは $2!$ なので、 $3! \times 2! \times 2! = 18$ 通り。うち、右端に 1 が来る場合は、A の選び方 $3!$ 通り、そのあと C を選ぶことにし、1 を含めない場合なので $2!$ 通り。あとはよって、B に来るカードが 1 である場合は、左端も右端も 1 ではない場合なので、 $1 - \frac{3!2!}{3!2!2!} = \frac{1}{3}$
- (2) A のカードが 1 である確率と C のカードが 4 である確率は、 $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ で表せる (A と B の重なりを引いてある)。求める場合は、好き勝手に並べる $4!$ からこれらを引いたものであるから、 $4! - (3! + 3! - 2!)$ で、そのうち、B が 1 の場合は、C が 2 または 3, A が 1 と C で残った方のどちらか、になるので、4 通り。よって 4 通り。したがって、 $\frac{4}{4! - (3! + 3! - 2!)} = \frac{2}{7}$

17 偶数の目の出る確率は $P(A) = \frac{1}{2}$

- (1) $k = 3$ のとき、 $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} P_B(A)$ は、このとき、2 の目だけが該当する場合なので、 $P(B|A) = \frac{1}{3}$
- (2) $P(A|B)$ は、偶数が出てその面が赤い場合である。これが、 $P(A) = \frac{1}{2}$ と同じ場合、B であろうがなかろうが A が成り立つため、独立とすることができる。その場合は $k = 2, 4$ となる。

18 (1) $\frac{1}{24}$

(2) $\frac{5}{12}$

19 (1) $\frac{1}{12}$

(2) $\frac{27}{40}$

(3) $\frac{8}{15}$

20 (1) $\frac{13}{35}$

- (2) i. $\frac{53}{54}$
ii. $\frac{91}{216}$

¹独立ならば $P(A) = P_B(A)$ または $P(B) = P_A(B)$ を示せばよいが、どちらも同じ値にならないので、これを示して独立でないことを示してもよい。