

第 2 回計測法入門: 古典力学

速度と加速度

- 差が大事: はかり終りから、はかり始めを引いたものを求める。とくに、時間をはかるとき、はかり終りとはかり始めがごくわずかな瞬間である場合、微分の形として表せる。また、その軌跡の接線が、微分の形で表せる。
- 速度: ある方向に移動した移動距離の差が、ごくわずかな瞬間であるとき、それを速度 $\mathbf{v}[\text{m/s}]$ という。

$$\begin{aligned}\mathbf{v} &= (v_x, v_y) \\ v_x &= \frac{dx}{dt} \\ v_y &= \frac{dy}{dt}\end{aligned}$$

速度は、速さと大きさを考慮したベクトル量である。直交座標系で、 x, y 方向の移動距離の大きさを移動にかかった時間で割ったもので求められる。

- 加速度: ある時刻でのある速度が、ある時刻で別の速度になったとする。その時刻の差がごくわずかな瞬間であるとき、それを加速度 $\mathbf{a}[\text{m/s}^2]$ という。

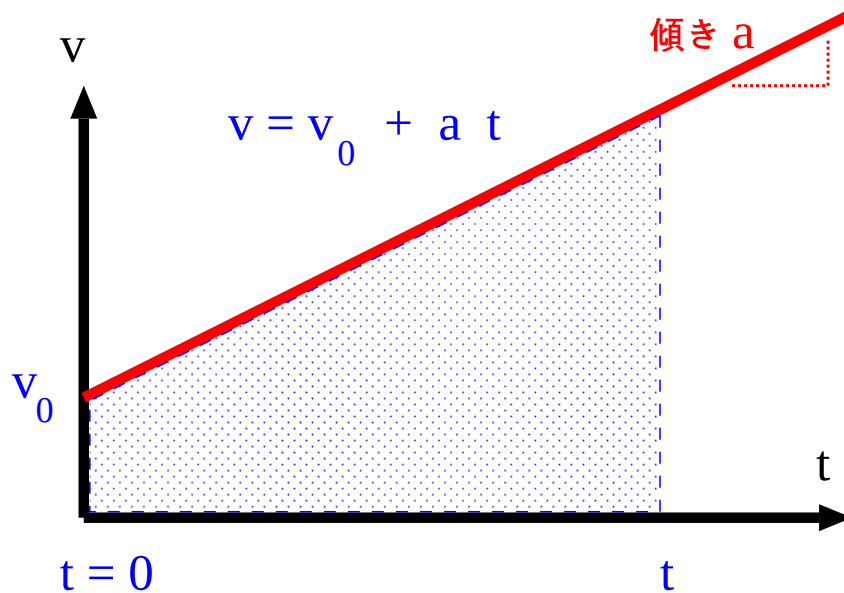
$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= (a_x, a_y) \\ a_x &= \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \\ a_y &= \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}\end{aligned}$$

- 運動方程式: ある方向を選んだとき、その方向の力は加速度と質量をかけたものに等しいことを表す式。時間による 2 階の微分方程式の形をしていて、解は位置を表す。 x 方向の運動方程式は次のようになる。

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x$$

力は、運動の種類によって異なる。力はニュートン $[\text{N}]$ ではかる。

- MKSA 単位: メートル、キログラム、秒、アンペアではかる単位系のこと。物理現象の原理を覚えていると、MKSA 単位の次元解析からほしい物理量は何であるかを知ることができる。
- 解を解くことが大事: 運動方程式から位置が分かるが、微分方程式は積分をすることによって求まる。積分は速度と時間のグラフでは面積のことである。



台形の面積 = 距離

直線運動の種類

- 等速直線運動: 速度が時間を経ても変化しない運動のこと。物体に力が加えられていない運動のことをいう。静止はこの運動の特別な場合。
- 等加速度直線運動: 速度が時間を経て一定の加速度で増減する運動。
 - － 摩擦のある平面上を動く物体の運動
 - － 坂道をころげ落ちる物体の運動
 - － 放物運動
- 自由落下: 地球の重力に引かれて鉛直に落下する運動のこと。
- 重力加速度: 地球の重力に引かれて質量 1 [kg] が速度を速める割合。 $g \sim 9.8 \text{ [kg} \cdot \text{m/s}^2]$ 。重力加速度がかかった 1 [kg] の質量には 1 [N] と呼ぶ。

単振動と円運動

- 等速円運動: 中心からの回転の速さがどこでも同じ運動のこと。
- 角速度 $\omega[\text{rad/s}]$: 等速円運動での円運動の回転の速さのこと。[rad] はラジアン。
- 単振動: フックの法則がなりたつ運動のこと。
- フックの法則: ばねの運動では、ある距離伸びると縮もうとし、ある距離縮むと伸ばそうとする力が働くが、それは

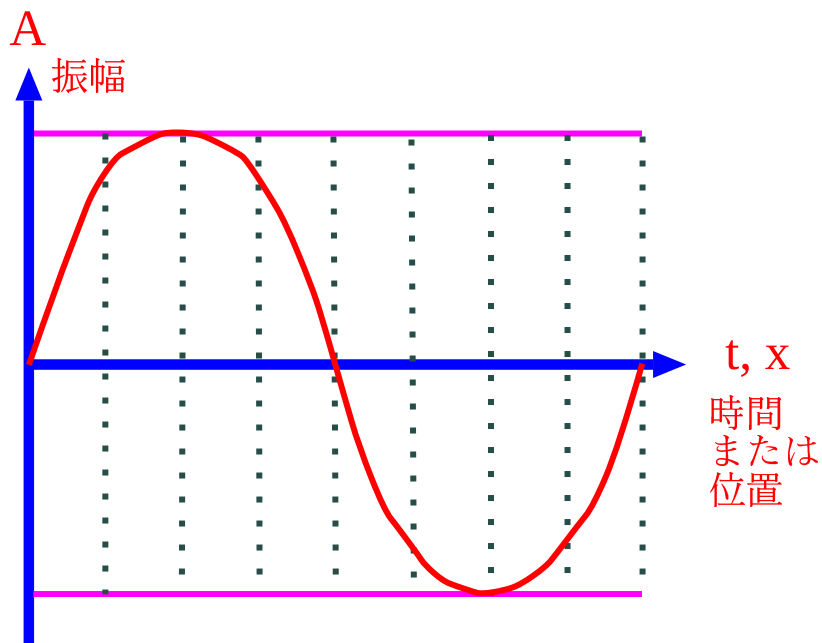
$$F = -kx$$

と表される。

- 単振動と等速円運動の位置は、運動方程式を解くことによって

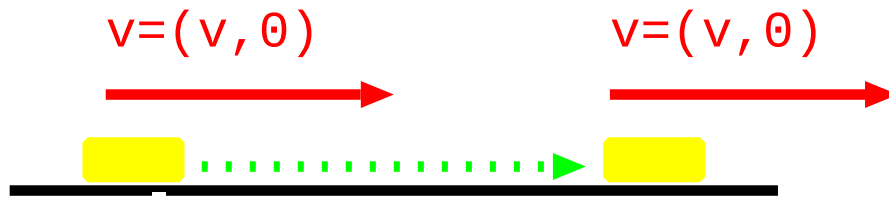
$$x = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

ただし、 ω は単振動のときは $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ である。 A, B は振幅を表す定数。



運動の三法則

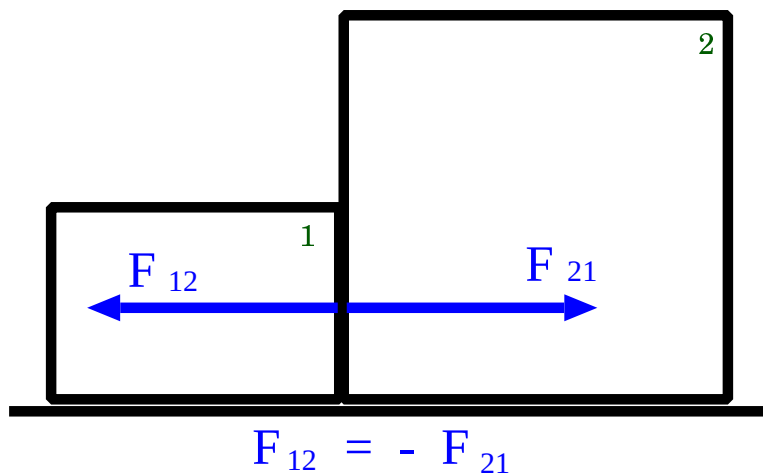
1. 「慣性の法則」：何もなければ、物体は等速直線運動を行う。



2. 「運動の法則」：力は物体の質量に応じてある加速度で物体の位置を動かす。

$$F[\text{N}] = m[\text{kg}]a[\text{m/s}^2], \quad a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

3. 「作用反作用の法則」：釣り合っているときの力は、大きさが等しく、向きは逆である。

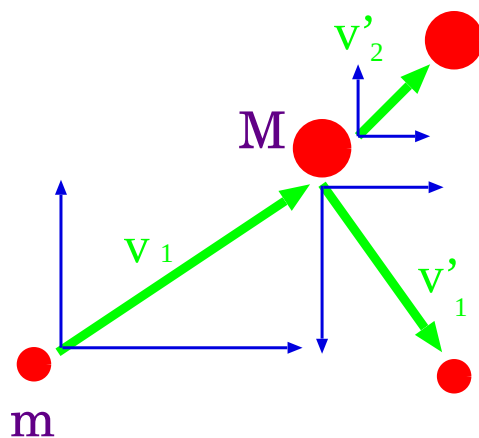


運動量

運動量は、質量と速度をかけたもの。

$$p = mv$$

ある方向での運動量は運動の前後で保存する。質量 m の物体が静止している M ぶつかった反応についての運動量保存は



$$mv_{1x} = mv'_{1x} + Mv'_{2x}$$

$$mv_{1y} = mv'_{1y} + Mv'_{2y}$$

とかける。

仕事とエネルギー

- 位置エネルギーは重力に逆らって引っ張りあげるときに増えるエネルギーである。ある高さ h では、 $U = mgh$ を持つ。
- 運動エネルギーはある速度 v を持つと、 $K = \frac{1}{2}mv^2$ となる。
- 力学的エネルギーは、運動エネルギー K と位置エネルギー U の総和である。

$$\begin{aligned}K &= \frac{1}{2}mv^2 \\U &= mgh \\K + U &= K' + U'\end{aligned}$$

- 仕事とエネルギーは同じ次元を持った単位 [J] である。物体のエネルギーの総和は運動の前後で保存する。

$$mgh + \frac{1}{2}mv^2 = mgh' + \frac{1}{2}mv'^2$$

- 力と距離の内積をとったものが仕事である。単位はジュール [J]。

